

# 从一元一次方程到伽罗瓦理论



[从一元一次方程到伽罗瓦理论\\_下载链接1](#)

著者:冯承天

出版者:华东师范大学出版社

出版时间:2012-8

装帧:平装

isbn:9787561796993

《从一元一次方程到伽罗瓦理论》共二十八章，是讲解解多项式方程及数域上的伽罗瓦

理论的一本入门读物。《从一元一次方程到伽罗瓦理论》按历史发展从解一元一次方程讲起，详述了一元二次方程、一元三次方程，以及一元四次方程的各种解案，从而自然地引出了群、域，以及域的扩张等概念。由此，《从一元一次方程到伽罗瓦理论》在讨论了集合论后，用近代方法详细阐明了对称群、可迁群、可解群、有限扩域、代数扩域、正规扩域以及伽罗瓦理论等，同时又引导读者一步步地去解决一系列重大的古典难题，如尺规作图问题、三次实系数不可约方程的“不可简化情况”，以及伽罗瓦的根式可解判别定理等。

作者介绍:

目录: 第一部分解三次和四次多项式方程的故事

第一章一次和二次方程的求解

1.1一次方程的求解与数集的扩张

1.2二次方程的求解与根式可解

第二章求解三次方程的故事

2.1波洛那的费尔洛

2.2菲俄与塔尔塔里亚

2.3卡丹与费拉里

第三章三次方程和四次方程的根式求解

3.1三次方程的根式求解

3.2赫德方法的数学背景

3.3四次方程的根式求解

第二部分向五次方程进军

第四章有关方程的一些理论

4.1韦达与根和系数的关系

4.2牛顿与牛顿定理

4.3欧拉与复数

4.41的根

第五章范德蒙与他的“根的对称式表达”方法

5.1范德蒙与范德蒙方法

5.2用范德蒙方法解三次方程

第六章拉格朗日与他的预解式方法

6.1拉格朗日与他的预解式

6.2用拉格朗日方法解三次方程

6.3用拉格朗日方法解四次方程

6.4 $n=5$ 时的情况

第七章高斯与代数基本定理

7.1高斯与代数基本定理

7.2分圆方程与它的根式求解

7.3开方运算的多值性与卡丹公式

第八章鲁菲尼、阿贝尔与伽罗瓦

8.1被人遗忘的鲁菲尼

8.2死于贫穷的阿贝尔

8.3死于愚蠢的伽罗瓦

第三部分一些数学基础

第九章集合与映射

9.1集合论中的一些基本概念

9.2集合间的映射

9.3集合A中的变换

9.4关系、等价关系与分类

9.5整数集合 $\mathbb{Z}$ 与同余关系

9.6算术基本定理与欧拉函数  $\phi(n)$

## 第十章群论基础

### 10.1群的定义

### 10.2群与对称性

### 10.3对称群 $S_n$

### 10.4子群与陪集

### 10.5正规子群与商群

### 10.6循环群与 $n$ 次本原根

### 10.7单群

### 10.8群的同态映射与同构映射

## 第十一章数与代数系

### 11.1自然数集 $N$ 作为可换半群及其可数性

### 11.2整数集合 $Z$ 与整环

### 11.3域与有理数域 $Q$

### 11.4实数域 $R$ 的不可数性

### 11.5复数域 $C$ 与子域

## 第十二章域上的向量空间

### 12.1向量空间的定义

### 12.2向量空间的一些基础理论

### 12.3数域作为向量空间

## 第十三章域上的多项式

### 13.1一些基本事项

### 13.2多项式的可约性与艾森斯坦定理

### 13.3关于三次方程根的一些定理

## 第四部分扩域理论

## 第十四章有限扩域

### 14.1扩域作为向量空间

### 14.2维数公式

## 第十五章代数数与超越数

### 15.1代数元与代数数

### 15.2代数数集 $A$ 是可数的

### 15.3超越数的存在

### 15.4代数扩域

## 第十六章单代数扩域

### 16.1最小多项式

### 16.2单代数扩域

### 16.3单代数扩域的性质

### 16.4添加2个代数元的情况

### 16.5有限个代数元的添加与单扩域

### 16.6代数数集 $A$ 是域

### 16.7 $m$ 型纯扩域与根式塔

## 第五部分尺规作图问题

## 第十七章尺规作图概述

### 17.1尺规作图的出发点、操作公理与作图法则

### 17.2最大可作数域 $K$

### 17.3 $Q$ 的可作扩域

## 第十八章尺规不可作问题

### 18.1存在不可作数

### 18.2立方倍积、三等分任意角与化圆为方

## 第十九章正 $n$ 边形的尺规作图

### 19.1把正 $n$ 边形的可作性归结为一些简单的情况

### 19.2有关 $\square$ 边形的两个域列

### 19.3分圆多项式

### 19.4数 $\square$ 应满足的必要条件

### 19.5对具有 $p=2m+1$ 形式的奇素数的讨论

19.6费马数  
19.7作出正 $n$ 边形的“充要条件”  
第六部分两类重要的群与一类重要的扩域  
第二十章对称群 $S_n$   
20.1循环与对换  
20.2置换的奇偶性  
20.3 $S_n$ 中元素的对称类与其对换乘积表示  
20.4交代群 $A_n$ 的性质  
20.5 $A_5$ 是单群  
20.6可迁群  
第二十一章可解群  
21.1可解群的定义  
21.2可解群的性质  
21.3 $n \geq 5$ 时,  $S_n$ 是不可解群  
第二十二章正规扩域  
22.1多项式的基域与根域  
22.2正规扩域  
22.3正规扩域的性质  
第七部分伽罗瓦理论  
第二十三章从域得到群  
23.1域 $E$ 的自同构群  
23.2 $E$ 作为 $F$ 扩域时的一类特殊自同构群  
23.3正规扩域时的伽罗瓦群  
23.4伽罗瓦群的一些重要性质  
23.5域 $F$ 上方程的伽罗瓦群  
23.6域 $F$ 上的一般的 $n$ 次多项式方程  
第二十四章伽罗瓦理论的基本定理  
24.1伽罗瓦对应  
24.2伽罗瓦理论的基本定理  
第八部分伽罗瓦理论的应用  
第二十五章多项式方程的根式可解问题  
25.1一些特殊的伽罗瓦群  
25.2根式可解的数学含义  
25.3根式扩域与根式可解的精确数学定义  
25.4循环扩域与拉格朗日预解式  
25.5多项式方程根式可解的必要条件  
25.6 $2x^5 - 10x + 5 = 0$ 不可根式求解  
25.7多项式方程根式可解的充分条件  
25.8用伽罗瓦理论解三次方程  
第二十六章三次实系数不可约方程有3个实根时的“不可简化情况”  
26.1从判别式看根的情况  
26.2不可简化情况  
26.3根域的表达  
26.4 $x^p - a = 0$ ,  $a \in \mathbb{R}$ 型方程  
26.5实根要通过复数得到  
第二十七章正 $n$ 边形尺规作图的充分条件  
27.1正 $n$ 边形尺规作图必要条件的回顾与充分条件的提出  
27.2 $p$ 群的一个定理  
27.3正 $n$ 边形尺规作图的充分条件  
27.4作正17边形的高斯方法  
27.5从伽罗瓦理论看正17边形的尺规作图  
第二十八章对称多项式的牛顿定理  
28.1一个引理  
28.2牛顿定理

附录  
附录1关于两个正整数最大公因数的一个关系式  
附录2多项式方程的重根问题  
附录3计算三次方程的判别式D  
参考文献  
• • • • • ([收起](#))

[从一元一次方程到伽罗瓦理论\\_下载链接1](#)

## 标签

数学

群论

伽罗瓦

科普

抽象代数

数学-入门

方程

历史

## 评论

比英国人勒贝尔的那本《伽罗华与群论》好太多了。高中数学水平应该能看懂。后悔买了kindle版，里面的公式排版令人伤心欲绝。

-----  
科普的幌子，教材的实质。然而竹杖芒鞋轻胜马，各种脑洞引人入胜，顺带揭开三大几

何难题的奥义，真是神清气爽气脉通透。果断决定coursera上把伽罗瓦理论刷掉。

-----  
WoW~这么多内容写到这么好，简直不能更酷了！学伽罗瓦理论前如果读过就轻松多了

-----  
一开始看到三次方程的推导，我还能看懂，到四次方程的求根公式，我也能看懂，再往后就快速翻过了。我当初以为这是科普书，现在想来这应该是值得仔细去研究的教科书。可惜现在没时间去研究，残念。

-----  
我实在看不懂后面的推导了。

-----  
把代数书统统卖掉吧，换这一本。

-----  
跳了一些内容...例子很多,如果有什么看不懂的话,按着例子自己算下基本也能弄懂了.....25跟26章我觉得好神奇...需要仔细消化才行...

-----  
虽勉强算普及读物但更像教材，它实实在在地是讲解方程。从一元一次到一元四次的解开始，讨论更高次方程的根式可解问题，包括高斯正17边形等分支，直到用基于群论、域论的伽罗瓦理论判别。作者说读者只需具备复数知识，但实际上后续新概念非常密集，就算好好学习也不见得跟得上，不用作课本有点可惜

-----  
大概三章以后吧，就读不下去了，，，

-----  
经典科普书籍

-----  
由于以前看差错控制编码时候涉及了数论而放弃的缘故，对伽罗华理论有着莫名的崇拜。看了这本书发现确实值得崇拜，只不过自己才疏学浅加上所用不是很深，看到中间已足够，故而浅尝辄止，不再逼迫自己深入其中。

-----  
这么好的书读过的人为什么这么少

-----  
深入浅出，好

-----  
旧读打分，优秀的数学科普书。

-----  
高二读的.....从此入代数坑

-----  
还是有点不懂，慢慢看吧

-----  
叶公好龙的我，从第二部分就看不懂了....

-----  
非常见功力，适合一些理工科的本科生阅读

-----  
有一定抽代基础的话，可以看做是很精简的复习伽罗瓦理论的思路导引

-----  
1832年5月30日清晨，随着一声枪响划破巴黎的长空，年龄还不到二十一岁的伽罗瓦倒了下去，第二天他就因急性腹膜炎离开了人间。然而，他却给人们留下了一份极为宝贵的珍品——伽罗瓦理论。第一次知道伽罗瓦是在《费马大定理》中，怀尔斯最终能证明费马大定理也少不了伽罗瓦理论这一环。没能看懂伽罗瓦理论，就好比新买了一件工艺品，不懂她的原理，但却不能阻止我对她的赞美！高斯能够尺规作图画出圆的内接正17边形，而伽罗瓦告诉我们为什么。  
-----

[从一元一次方程到伽罗瓦理论 下载链接1](#)

书评

-----  
[从一元一次方程到伽罗瓦理论 下载链接1](#)