

我和三個少女，逼近「不完全性定理」的真實，
如果是蒂蒂的話，就不會是由梨……

魅惑而動人的數學物語。

在數學當中，雖然單純卻不明顯的定理或關係，
其數量確實多到叫人吃驚。

……試想，在某種意義上，數學的這個性質不正好反映了
——世界的秩序與規則性。

這個世界看起來比只作表面觀察的時候，

還來得更偉大，而這種偉大可說是無法比擬的。~哥德爾~

隨著季節更迭，每當春天造訪時，我總會不斷地想起數學的種種。

在紙上記列著數學符號，試圖描繪出宇宙。

在紙上書寫下數學公式，試圖引導出真理。

隨著季節更迭，每當春天造訪時，我總會不斷地想起那些女孩們。

彼此切磋那些名為數學的詞彙，

在名為青春的時光裡，與我所邂逅的豆蔻年華的少女們——

我和三位青春少女的動人物語。

我之所以得以展翅飛翔，全源於一個渺小的契機……

~謹此獻給哥德爾，以及世界上所有的數學家們~

「數學是不完全的嗎？」逼近「不完全性定理」的真實，魅惑而動人的數學物語。

本書中出現有各式各樣的數學問題，從簡單到小學生都懂得的部分，至困難到會嚴重動搖整個數學界的世紀難題都有。

除了使用語言及圖形來表現故事主人翁的思考脈絡之外，另也會使用到數學公式來做表達。

每當遇有無法理解數學公式涵義的時候，請不妨先跳過卡住的數學公式，暫且隨著故事的情節發展往下走。蒂蒂和由梨會陪伴著你一起往前走。

而對數學有自信的讀者們，在享受故事情節之餘，也不要忘了動動腦挑戰看看書中的數學公式哦！如此一來，你將可以體味到隱藏在故事背後的其他趣味。

或許，聰敏的你能超越那些數學天才們，挖掘出的不為人知的祕密噢！

作者介绍:

結城浩

1963年生。執筆寫作有關程式語言、設計模式、密碼、數學等等領域的入門書。最新著作是「數學女孩系列」。是一個最喜歡巴哈的「賦格的藝術」作品的新教基督徒。著有《數學女孩——費馬最後定理》等書。

目录: 給讀者 i

序章 ix

第1章 鏡的獨白 1

1.1 誠實的人是誰? 1

1.1.1 魔鏡啊魔鏡 1

1.1.2 誠實的人是誰? 3

1.1.3 相同的答案 6

1.1.4 名為沉默的答案 8

1.2 邏輯問題 9

1.2.1 愛麗斯與伯里斯與克里斯 9

1.2.2 利用表格來協助思考 10

1.2.3 出題者的心情 14

1.3 帽子是什麼顏色的? 15

1.3.1 我不知道 15

1.3.2 出題者的確認 18

1.3.3 鏡的獨白 19

第2章 皮亞諾公理 23

2.1 蒂蒂 23

2.1.1 皮亞諾公理 23

2.1.2 無窮的請託 27

2.1.3 皮亞諾公理 PA1 28

2.1.4 皮亞諾公理 PA2 29

2.1.5 培育成巨無霸 32

2.1.6 皮亞諾公理 PA3 34

2.1.7 微小? 35

2.1.8 皮亞諾公理 PA4 36

2.2 米爾迦 39

2.2.1 皮亞諾公理 PA5 42

2.2.2 數學歸納法 43

2.3 在無盡的邁步中 49

2.3.1 是有限? 是無限? 49

2.3.2 是動態的? 是靜態的? 50

2.4 由梨 51

2.4.1 加法運算是? 51

2.4.2 公理是? 53

第3章 伽利略的遲疑 57

3.1 集合 57

3.1.1 美人的集合 57

3.1.2 外延的定義 58

3.1.3 餐桌 60

3.1.4 空集 60

3.1.5 集合的集合 62

3.1.6 交集 64

3.1.7 聯集 66

3.1.8 子集 67

3.1.9 思考集合的理由 69

3.2 邏輯 70

- 3.2.1 內涵的定義 70
- 3.2.2 羅素悖論 72
- 3.2.3 集合運算與邏輯運算 74
- 3.3 無限 76
 - 3.3.1 對射的鳥籠 76
 - 3.3.2 伽利略的遲疑 80
- 3.4 表現 83
 - 3.4.1 歸途 83
 - 3.4.2 書店 84
- 3.5 沉默 85
 - 3.5.1 美人的集合 85
- 第4章 無止境地接近的目標地點 87
 - 4.1 自宅 87
 - 4.1.1 由梨 87
 - 4.1.2 男孩的「證明」 88
 - 4.1.3 由梨的「證明」 89
 - 4.1.4 由梨的「證明」 91
 - 4.1.5 我的說明 92
 - 4.2 超市 95
 - 4.2.1 目標地點 95
 - 4.3 音樂教室 99
 - 4.3.1 文字的導入 99
 - 4.3.2 極限 101
 - 4.3.3 音樂是由聲音所決定的 103
 - 4.3.4 極限的運算 105
 - 4.4 回家的路上 114
 - 4.4.1 未來出路 114
- 第5章 萊布尼茲的夢 117
 - 5.1 如果是由梨的話，就不會是蒂蒂 117
 - 5.1.1 「若…則…」的意義 117
 - 5.1.2 萊布尼茲之夢 120
 - 5.1.3 理性的極限？ 122
 - 5.2 如果是蒂蒂的話，就不會是由梨 123
 - 5.2.1 升學考試 123
 - 5.2.2 課程 125
 - 5.3 如果是米爾迦的話，就是米爾迦 127
 - 5.3.1 教室 127
 - 5.3.2 形式體系 128
 - 5.3.3 邏輯式 130
 - 5.3.4 「若…則…」的形式？ 132
 - 5.3.5 公設 135
 - 5.3.6 證明論 136
 - 5.3.7 推論規則 138
 - 5.3.8 證明與定理 140
 - 5.4 既非我，也是我 142
 - 5.4.1 自宅 142
 - 5.4.2 形式的形式 143
 - 5.4.3 意義的意義 145
 - 5.4.4 如果是「若…則…」的話？ 146
 - 5.4.5 邀約 151
- 第6章 Epsilon-Delta極限分析論證法 153
 - 6.1 數列的極限 153
 - 6.1.1 從圖書室開始 153
 - 6.1.2 前往階梯教室 154

- 6.1.3 理解複雜數式的方法 158
- 6.1.4 解讀「絕對值」 160
- 6.1.5 解讀「若…則…」 163
- 6.1.6 解讀「全部」與「某些」 165
- 6.2 函數的極限 168
 - 6.2.1 168
 - 6.2.2 的意義 172
- 6.3 實力測驗 173
 - 6.3.1 校內排名 173
 - 6.3.2 寂靜之音、沉默之聲 174
- 6.4 連續的定義 175
 - 6.4.1 圖書室 175
 - 6.4.2 所有的點都不連續 178
 - 6.4.3 只在一個點處連續的函數? 180
 - 6.4.4 從無窮的迷宮脫出 181
 - 6.4.5 只在一個點處連續的函數! 182
 - 6.4.6 當說的詞語 186
- 第7章 對角線論證法 191
 - 7.1 數列的數列 191
 - 7.1.1 可數集 191
 - 7.1.2 對角線論證法 195
 - 7.1.3 挑戰：實數的編號排序 203
 - 7.1.4 挑戰：有理數與對角線論證法 206
 - 7.2 形式體系的形式體系 209
 - 7.2.1 相容性與完備性 209
 - 7.2.2 哥德爾不完備定理 216
 - 7.2.3 算術 218
 - 7.2.4 形式體系的形式體系 219
 - 7.2.5 詞彙的整理 222
 - 7.2.6 數項 223
 - 7.2.7 對角化 224
 - 7.2.8 數學的定理 227
 - 7.3 追尋之物的追尋之物 227
 - 7.3.1 遊樂園 227
- 第8章 由兩種孤獨當中所誕生的東西 233
 - 8.1 重疊的序對 233
 - 8.1.1 蒂蒂所察覺到的東西 233
 - 8.1.2 我所察覺到的事情 239
 - 8.1.3 所有人都忽略掉的東西 240
 - 8.2 自宅 241
 - 8.2.1 自己的數學 241
 - 8.2.2 表現的壓縮 241
 - 8.2.3 加法運算的定義 245
 - 8.2.4 教師的存在 247
 - 8.3 等價關係 248
 - 8.3.1 畢業典禮 248
 - 8.3.2 由序對所產生出來的東西 250
 - 8.3.3 從自然數到整數 251
 - 8.3.4 圖表 252
 - 8.3.5 等價關係 257
 - 8.3.6 商集 260
 - 8.4 餐廳 264
 - 8.4.1 兩個人的晚餐 264
 - 8.4.2 成對的羽翼 265

- 8.4.3 無力測驗 266
- 第9章 疑惑的螺旋梯 269
 - 9.1 π 弧度 269
 - 9.1.1 板著臉的由梨 269
 - 9.1.2 三角函數 271
 - 9.1.3 $\sin 45^\circ$ 274
 - 9.1.4 $\sin 60^\circ$ 278
 - 9.1.5 正弦曲線 282
 - 9.2 π 弧度 287
 - 9.2.1 弧度 287
 - 9.2.2 教學 289
 - 9.3 π 弧度 290
 - 9.3.1 停課 290
 - 9.3.2 剩餘 291
 - 9.3.3 燈塔 293
 - 9.3.4 海邊 294
 - 9.3.5 消毒 297
- 第10章 哥德爾不完全性定理 299
 - 10.1 雙倉圖書館 299
 - 10.1.1 入口處 299
 - 10.1.2 氮之間 300
 - 10.2 希爾伯特計畫 302
 - 10.2.1 希爾伯特 302
 - 10.2.2 測驗 304
 - 10.3 哥德爾不完全性定理 308
 - 10.3.1 哥德爾 308
 - 10.3.2 討論 309
 - 10.3.3 證明的綱要 311
 - 10.4 「春」形式系統P 312
 - 10.4.1 基本符號 312
 - 10.4.2 數項與符號 313
 - 10.4.3 邏輯式 314
 - 10.4.4 公設 315
 - 10.4.5 推論規則 317
 - 10.5 午餐時間 318
 - 10.5.1 元數學 318
 - 10.5.2 用數學做數學 319
 - 10.5.3 甦醒 319
 - 10.6 「夏」哥德爾數 321
 - 10.6.1 基本符號的哥德爾數 321
 - 10.6.2 數列的哥德爾數 322
 - 10.7 「秋」原始遞歸 324
 - 10.7.1 原始遞歸函數 324
 - 10.7.2 原始遞歸函數（謂語）的性質 326
 - 10.7.3 可表達性定理 328
 - 10.8 「冬」到達證明可能性的漫漫旅程 330
 - 10.8.1 整裝待發 330
 - 10.8.2 整數論 331
 - 10.8.3 數列 333
 - 10.8.4 變數．符號．邏輯式 335
 - 10.8.5 公理．定理．形式證明 343
 - 10.9 「新春」不能判定的哥德爾句 347
 - 10.9.1 「季節」的確認 347
 - 10.9.2 「種子」由意義的世界進入形式的世界 348

- 10.9.3 「新芽」 p 的定義 351
- 10.9.4 「枝」 r 的定義 351
- 10.9.5 「葉」從 $A1$ 開始的流程 352
- 10.9.6 「花蕾」從 $B1$ 開始的流程 353
- 10.9.7 能判定的語句的定義 353
- 10.9.8 「梅」 $IsProvable(g)$ 的證明 319
- 10.9.9 「桃」 $IsProvable(not(g))$ 的證明 355
- 10.9.10 「櫻」形式體系 P 為不完全的證明 357
- 10.10 不完全性定理的意義 359
- 10.10.1 「我是無法證明的」 359
- 10.10.2 第二不完全性定理的證明概略 363
- 10.10.3 由不完全性定理之中萌生的東西 365
- 10.10.4 數學的極限? 366
- 10.11 乘載著夢想 368
- 10.11.1 並非是結束 368
- 10.11.2 我的東西 369
- 尾聲 373
- 後記 377
- 參考文獻與閱讀指南 381
- 索引 387
- • • • • [\(收起\)](#)

[數學女孩 II 下载链接1](#)

标签

数学

數學

小说

逻辑学

评论

想讀

[數學女孩 II 下载链接1](#)

书评

这本书读到中途的时候，一度想给5星。

如果看过Klein的那本《高观点下的初等数学》的话，做为一般非数学专业的理工科学学生，小学一直到大学的数学学习路径大致都是相同的。数论、代数、平面几何、集合、命题证明、逻辑、三角函数、对数指数、解析几何、圆锥曲线、概率论，大学以...

虽然是科普书，但没有纯谈数理逻辑的演化史，从概念出发，到推理结束，一环裹一环，像不断裹挟上升的浪花，看得非常过瘾。里面主体讲的是数理逻辑，还讲了一小些极限、连续、正余弦函数（并不知道为什么插入这些内容）。
可以瞥见，数理逻辑是计算机软件的雏形和基础，尤其是从...

[數學女孩 II 下载链接1](#)