

变分学讲义



[变分学讲义_下载链接1](#)

著者:张恭庆

出版者:高等教育出版社

出版时间:2011-6

装帧:平装

isbn:9787040319583

变分学是数学分析的一个重要组成部分，是一门与其他数学分支密切联系、并有广泛应用的数学学科。近几十年来，变分学不论是在理论上还是在应用中都有了很大发展，与数学其他分支的联系也更加紧密，已经成为大学数学教育不可缺少的部分。

《变分学讲义》是作者在北京大学为高年级本科生和低年级研究生开设“变分学”课程所用的讲义。全书共二十讲，分为三大部分：第一部分（一到八讲）是经典变分学的基本内容，第二部分（九到十四讲）重点介绍直接方法及其理论基础，第三部分（十五到二十讲）是专题选讲。其材料的选取，内容的编排，问题与概念的表述，以及证明的分析与讲解均极具特色。

《变分学讲义》适用于数学及相关专业的本科生、研究生、教师以及研究人员，也可供工科、经济学、管理学等专业的教师和学生使用参考。

作者介绍:

张恭庆, 数学家, 1936年5月29日生于上海。1954年上海市南洋模范中学毕业后进入北京大学数学力学系学习, 1959年毕业后一直在北京大学数学系、数学科学学院任教。1959-1978年任北京大学数学力学系助教, 由于其突出的贡献, 1978年5月和1983年2月, 由北京大学分别破格晋升为副教授和教授, 1991年当选中国科学院院士, 1994年当选第三世界科学院(现发展中国家科学院)院士。曾任北京大学数学研究所所长、数学与应用数学重点实验室主任, 中国数学会理事长。

1978年越级升副教授, 1983年升教授, 后被评为博士生导师。1978年底作为我国第一批赴美访问学者。曾先后多次到欧美著名大学及研究所访问与讲学。1984年被国家遴选为“有突出贡献的中青年科学家”, 1990年被授予“全国高校先进科技工作者”称号。

以同调类的极小极大原理为基础, 把许多临界点定理纳入无穷维Morse理论, 使几种不同理论在这里汇合、交织, 形成一个强有力的理论框架, 由此发现了好几个新的重要的临界点定理, 并使过去的许多结果的证明大为简化, 所得结论也更为精确。这一理论被广泛地应用于非线性微分方程, 特别是有几何意义的偏微分方程的研究。此外还曾将一大类数理方程自由边界问题抽象成带间断非线性项的偏微分方程, 发展了集值映射拓扑度和不可微泛函的临界点理论等工具, 成功地解决了这类问题。

1987年获国家自然科学奖二等奖, 1993年获第三世界科学院数学奖, 2007年获教育部的高等学校教学名师奖, 2008年获北京大学蔡元培奖。

目录: 前言

第一讲变分学与变分问题1

§ 1.1 前言1

§ 1.2 泛函3

§ 1.3 典型例子3

§ 1.4 进一步的例子7

第二讲euler-lagrange 方程13

§ 2.1 函数极值必要条件之回顾13

§ 2.2 euler-lagrange 方程的推导14

§ 2.3 边值条件19

§ 2.4 求解euler-lagrange 方程的例子21

第三讲泛函极值的必要条件与充分条件29

§ 3.1 函数极值的再回顾29

§ 3.2 二阶变分30

§ 3.3 legendre-hadamard 条件32

§ 3.4 jacobi 场34

§ 3.5 共轭点36

第四讲强极小与极值场43

§ 4.1 强极小与弱极小43

§ 4.2 强极小值的必要条件与weierstrass 过度函数44

§ 4.3 极值场与强极小值46

§ 4.4 mayer 场, hilbert 不变积分52

§ 4.5 强极小值的充分条件54

§ 4.6 定理4.4 的证明($n \geq 1$ 的情形)56

第五讲hamilton-jacobi 理论61

§ 5.1 程函与carath'eodory 方程组61

§ 5.2 legendre 变换62

§ 5.3 hamilton 方程组64

§ 5.4 hamilton-jacobi 方程67

- § 5.5 jacobi 定理 69
- 第六讲含多重积分的变分问题75
 - § 6.1 euler-lagrange 方程的推导76
 - § 6.2 边值条件82
 - § 6.3 二阶变分83
 - § 6.4 jacobi 场86
- 第七讲约束极值问题91
 - § 7.1 等周问题91
 - § 7.2 逐点约束96
 - § 7.3 变分不等式102
- 第八讲守恒律与noether 定理107
 - § 8.1 单参数微分同胚与noether 定理107
 - § 8.2 能动张量与noether 定理111
 - § 8.3 内极小117
 - § 8.4 应用119
- 第九讲直接方法125
 - § 9.1 dirichlet 原理与极小化方法125
 - § 9.2 弱收敛与弱收敛127
 - § 9.3 弱列紧性130
 - § 9.4 自反空间与eberlein-schmulyan 定理135
- 第十讲sobolev 空间139
 - § 10.1 广义导数139
 - § 10.2 空间 $w_{m,p}(\omega)$ 140
 - § 10.3 泛函表示143
 - § 10.4 光滑化算子144
 - § 10.5 sobolev 空间的重要性质与嵌入定理145
 - § 10.6 euler-lagrange 方程151
- 第十一讲弱下半连续性157
 - § 11.1 凸集与凸函数157
 - § 11.2 凸性与弱下半连续性159
 - § 11.3 一个存在性定理162
 - § 11.4 拟凸性 163
- 第十二讲线性微分方程的边值问题与特征值问题171
 - § 12.1 线性边值问题与正交投影171
 - § 12.2 特征值问题175
 - § 12.3 特征展开179
 - § 12.4 特征值的极小极大刻画183
- 第十三讲存在性与正则性187
 - § 13.1 正则性($n=1$) 188
 - § 13.2 正则性续($n \geq 1$) 192
 - § 13.3 几个变分问题的求解194
 - § 13.4 变分学的局限201
- 第十四讲对偶作用原理与ekeland 变分原理203
 - § 14.1 凸函数的共轭函数203
 - § 14.2 对偶作用原理207
 - § 14.3 ekeland 变分原理210
 - § 14.4 fr'echet 导数与palais-smale 条件212
 - § 14.5 nehari 技巧215
- 第十五讲山路定理及其推广与应用219
 - § 15.1 山路(mountain pass) 定理219
 - § 15.2 应用227
- 第十六讲周期解、异宿轨与同宿轨235
 - § 16.1 问题235
 - § 16.2 周期解237

§ 16.3 异宿轨242
§ 16.4 同宿轨246
第十七讲测地线与极小曲面251
§ 17.1 测地线251
§ 17.2 极小曲面255
第十八讲变分问题的数值方法267
§ 18.1 ritz 方法267
§ 18.2 有限元269
§ 18.3 cea 定理274
§ 18.4 最优化方法——共轭梯度法276
第十九讲最优控制问题283
§ 19.1 问题的提法283
§ 19.2 pontryagin 极大值原理287
§ 19.3 bang-bang 原理293
第二十讲有界变差函数与图像恢复295
§ 20.1 一元有界变差函数的回顾295
§ 20.2 多元有界变差函数299
§ 20.3 松弛函数305
§ 20.4 图像恢复与rudin-osher-fatemi 模型307
参考文献311
索引315
• • • • • ([收起](#))

[变分学讲义 下载链接1](#)

标签

数学

变分学

分析

变分法

讲义

现代数学基础

变分

数学分析

评论

泛函出了调和分析还有一个就是极值问题，偏微分方程如何变换为一个泛函极值问题或者是一个算子方程，变分法本质上其实给出了一个关于数学和物理的统一性的描述，而柯朗的《数学物理方法1》显然是按照这个基本思想变分法来去阐述偏微分方程理论

变分学是个比较尴尬的学科，可浅可深。

说实话本科数学系把变分法砍掉是有点遗憾的，以至于四年学下来连Banach空间的微分学都完全不知道，不少数学系(包括以前的我)还以为变分学是工程数学里头的东西，张院士更加重要更加前沿的书应该是另一本《临界点理论》(大范围变分学)

作为数学极烂的物理学生，只能hold住前三讲

[变分学讲义 下载链接1](#)

书评

看了几页实在看不下去了，错误百出。
有些错误是符号写错（31页A矩阵表达式），这个还可以勉强原谅，姑且算作印刷排版错误吧。更有甚者是作者概念错误（17页测地线），这个实在不能原谅！
不知是因为作者水平不够，还是为了减小篇幅而故意混淆概念。
总之，新手别看这书，会被...

[变分学讲义 下载链接1](#)